4- Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV)

Habíamos desarrollado anteriormente el concepto de aceleración media y definimos esta magnitud como la relación entre la variación del vector velocidad y el intervalo de tiempo en que se produce dicha variación:

$$\overrightarrow{a_m} = \frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{v_f} - \overrightarrow{v_i}}{t_f - t_i}$$

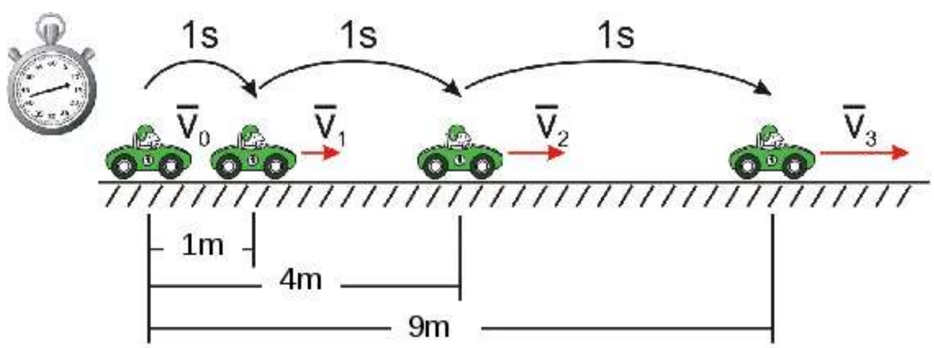
Siendo su unidad en el sistema internacional (SI):

$$|\overrightarrow{v_m}| = \frac{m}{s^2}$$

Por tratarse de un movimiento rectilíneo, el vector velocidad solo puede modificar su módulo y dado que todas las magnitudes vectoriales que intervienen son colineales (actúan sobre la misma recta) podemos tratarlas como si fueran escalares.

Características del MRUV:

1) La trayectoria es una recta:



Si observan la imagen anterior el módulo de la velocidad del móvil aumenta (en este caso) dado que el móvil recorre en iguales intervalos de tiempo ($\Delta t = 1s$) desplazamientos sucesivamente mayores.

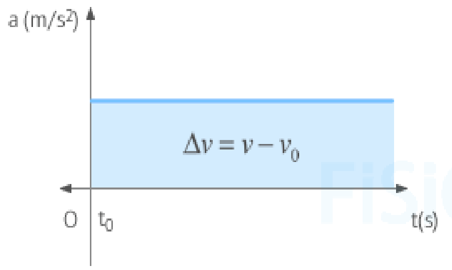
2) En el MRUV, la aceleración del móvil es constante.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = cte$$

Es decir:

$$\Delta v = a.\Delta t$$

Si graficamos: $a = f(t)$



Calculando el área encerrada por el mismo:

$$Area = base\ .altura = \Delta t.a = \Delta x$$

Como vemos el área encerrada por el grafico $a = f(t)$ entre dos instantes cualquiera es numéricamente igual a la variación de velocidad que experimenta el móvil en el intervalo de tiempo considerado.

3) En el MRUV, la velocidad del móvil es función lineal del tiempo:

Veamos:

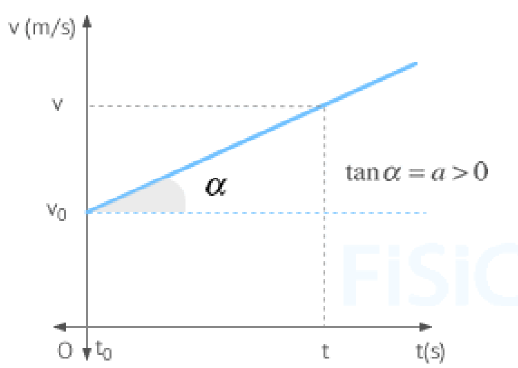
$$\Delta v = a.\Delta t$$

$$(v - v_0) = a(t - t_0)$$

$$v = v_0 + a(t - t_0)$$

La anterior representa la ecuación horaria de la velocidad del móvil en función del tiempo en el MRUV.

Si graficamos $v = f(t)$:



Calculando la pendiente del gráfico anterior:

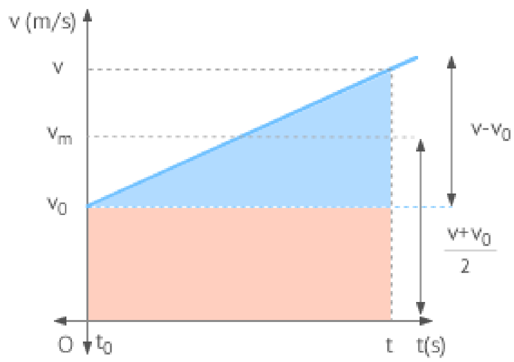
$$pendiente = \frac{\Delta v}{\Delta t} = a$$

Por lo tanto, la pendiente del gráfico $v = f(t)$, nos permite conocer la aceleración del móvil.

4) En el MRUV, la posición del móvil es función cuadrática del tiempo.

Para encontrar la ecuación horaria correspondiente, recordemos que en el MRU, vimos que en todo movimiento rectilíneo, el área encerrada por el gráfico $v = f(t)$, es numéricamente igual al desplazamiento del móvil en el intervalo de tiempo considerado.

Valiéndonos de esta propiedad:



En este caso la figura encerrada es un trapecio que podemos considerarlo como suma del rectángulo (en rosa) y el triángulo (en celeste)

Entonces:

$$\Delta x = \Delta t. v_0 + \frac{\Delta t. \Delta v}{2}$$

Pero: $\Delta v = a. \Delta t$

Reemplazando en la anterior:

$$\Delta x = v_0. \Delta t + \frac{\Delta t. a. \Delta t}{2}$$

$$\Delta x = v_0 \Delta t + \frac{a. \Delta t^2}{2}$$

Como; $\Delta x = (x - x_0)$ y $\Delta t = (t - t_0)$

Reemplazando:

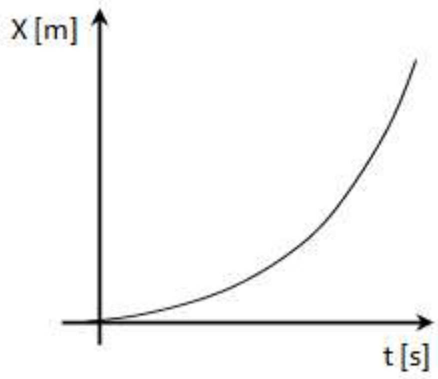
$$x - x_0 = v_0(t - t_0) + \frac{1}{2} a(t - t_0)^2$$

Es decir:

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2} a(t - t_0)^2$$

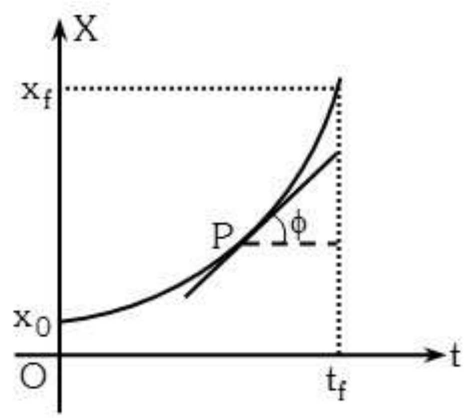
La anterior constituye la ecuación horaria de posición en función del tiempo para el MRUV

Si graficamos $x = f(t)$ obtenemos:



Como ven este último grafico no corresponde a la trayectoria del móvil (como muchos confunden, sobre todo en el MRU). Este gráfico nos permite conocer la posición que ocupa el móvil sobre la trayectoria en cualquier instante de tiempo.

Además, si trazamos rectas tangentes a la parábola en un instante de tiempo cualquiera, calculando la pendiente de dicha tangente podemos conocer la velocidad del móvil en dicho instante.

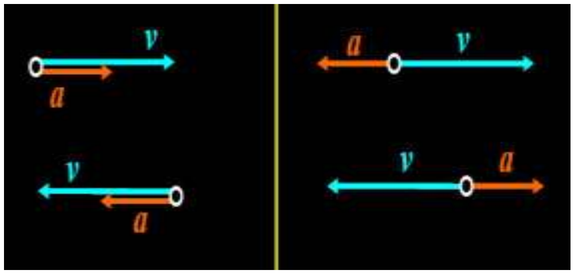


$$Pendiente_{recta\ tangente} = v_{instantánea}$$

Teniendo en cuenta el sentido de los vectores velocidad y aceleración se pueden presentar 2 situaciones:

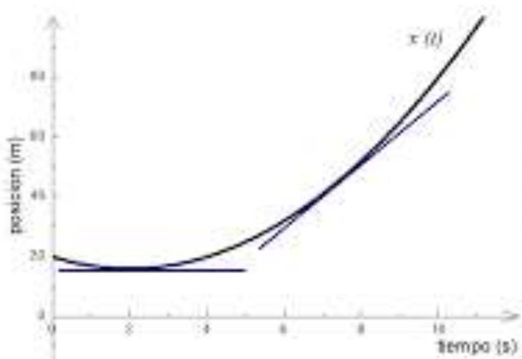
a) Si los vectores velocidad y aceleración tienen el mismo sentido, el módulo de la velocidad aumenta al transcurrir el tiempo.
b) Si los vectores velocidad y aceleración tienen sentidos opuestos, el módulo de la velocidad disminuye al transcurrir el tiempo.

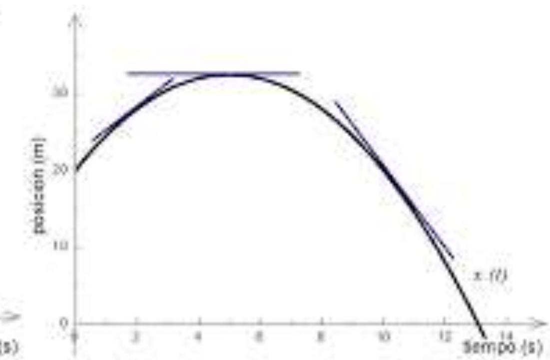
Caso a) Caso b)



Recuerden que el signo de una magnitud vectorial depende si el sentido de dicho vector coincide o es opuesto al sentido que adoptamos como positivo en nuestro sistema de referencia.

Volviendo al juego de las pendientes de las rectas tangentes a la parábola en el gráfico $x = f(t)$:





En el gráfico de la izquierda, las sucesivas rectas tangentes aumentan su pendiente, es decir, aumenta la velocidad instantánea.

En el gráfico de la derecha primero disminuye la inclinación de las rectas tangentes y luego aumentan pero en sentido negativo.

En aquellos instantes donde la recta tangente es horizontal, la velocidad instantánea del móvil vale cero

Resumiendo en el MRUV, las 3 ecuaciones horarias son:

$$a(t) = cte$$

$$v(t) = v_0 + a(t - t_0)$$

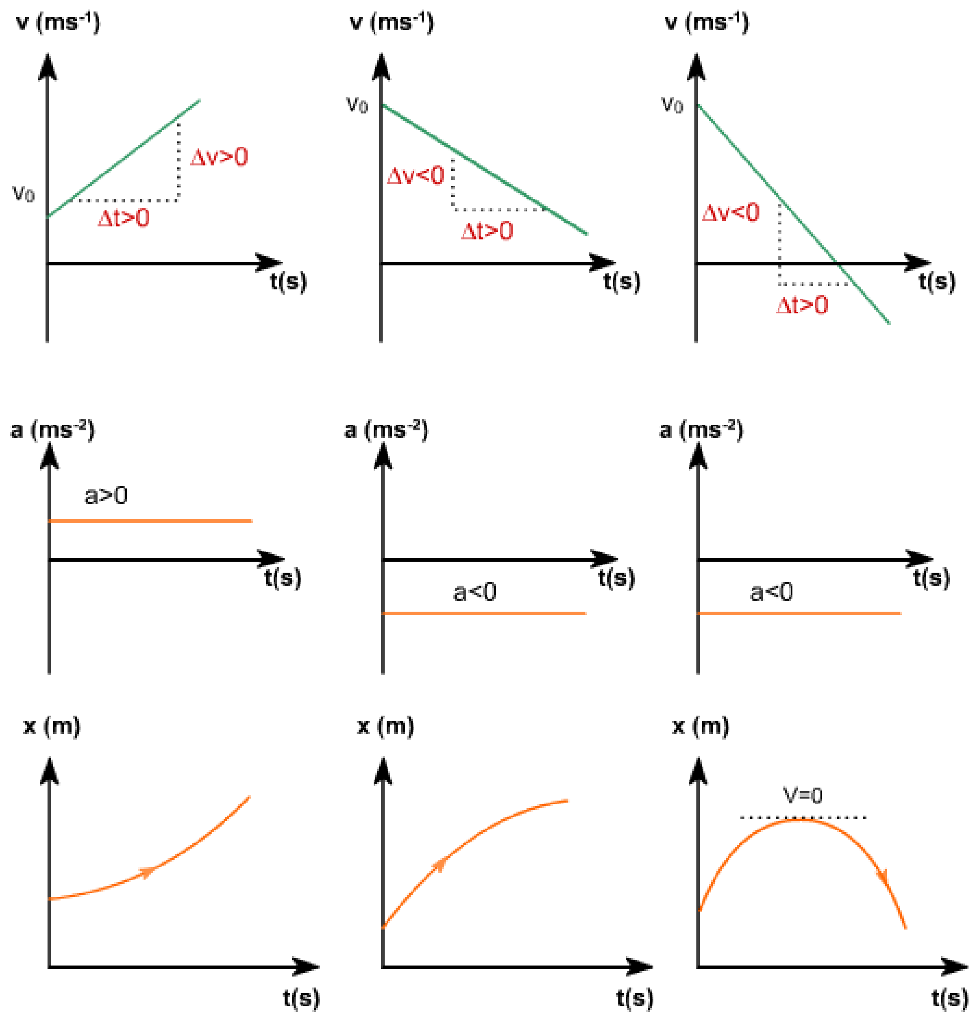
$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

En algunos problemas no aparece ninguna información acerca del tiempo.

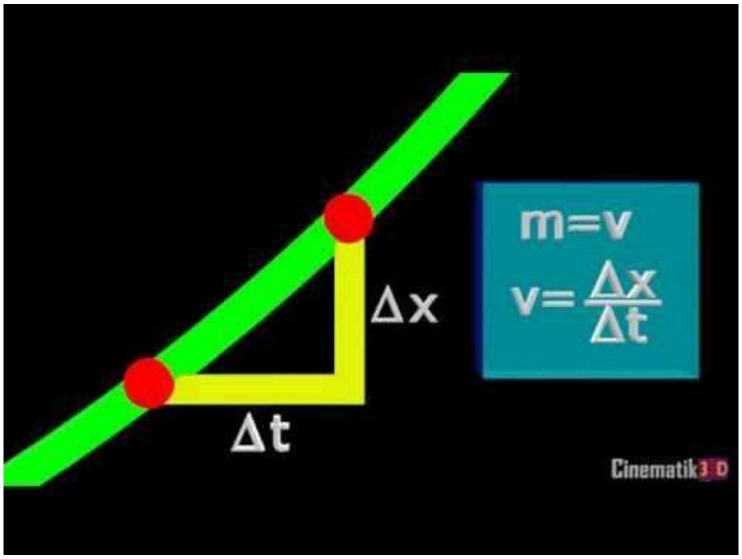
En estos casos es de utilidad conocer los que algunos llaman ecuación suplementaria que se obtiene operando matemáticamente con las 2 últimas ecuaciones anteriores:

$$\Delta x = \frac{(v_f)^2 - (v_0)^2}{2.a}$$

Con respecto a las gráficas observa la siguiente figura:



El siguiente video te va a servir de ayuda para familiarizarte con las relaciones entre los gráficos correspondientes a las ecuaciones horarias del MRUV.



Por las dudas te delo la dirección del enlace:
https://www.youtube.com/watch?v=8JAX5JxEybY